

ตรรกศาสตร์

## ประพจน์

ประโยค:  $x+5=10$

ประโยค: อย่าเดินลัดสนาม

ประโยค:  $\pi = 3.14$

ประโยค: บางคนชอบกาแฟ

ประโยค:  $x > 5$  และ  $x < 3$

ประโยค: ไม่มีจำนวนเต็มใดที่อยู่ระหว่าง 5 และ 6

ประโยค: เคมีพีภูผาคอร์สละ 290 บาท

ประโยค: กรุงเทพฯ ไม่เป็นเมืองหลวงของประเทศไทย

ประโยค: ว้าว อร่อยจังเลย!

ประโยค: จังหวัดนนทบุรีมีประชากรอยู่ 1,319,999 คน

การเชื่อมประพจน์

ตัวเชื่อม “และ” ( $\wedge$ )

ประโยค: แมวเป็นสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม และ ปลาวาฬบินได้

ประโยค: กรุงเทพฯ อยู่ในไทย และ เชียงใหม่อยู่ทางเหนือของไทย

ประโยค: พิภพาสอนฟิสิกส์ และ พิภพไม่สอนฟิสิกส์

ประโยค: ประเทศไทยมีประชากร 66 ล้านคน และ ประเทศไทยมีประชากร 100 ล้านคน

ประโยค: ในปี 2077 ประเทศไทยมีคนอายุ 60 ปีเป็นนายก และ  $\int_0^1 \frac{x^4(1-x)^4}{1+x^2} = \frac{22}{7} - \pi$  และ  $1+1=3$

ตัวเชื่อม “หรือ” ( V )

ประพจน์ที่เชื่อมด้วย “หรือ” จะเป็นจริงเมื่อมีอย่างน้อยหนึ่งประพจน์ที่มาเชื่อม เป็นจริง

ประโยค: 5 เป็นจำนวนคู่ หรือ 7 เป็นจำนวนเฉพาะ หรือ สี่เหลี่ยมจัตุรัสทุกด้านยาวเท่ากัน

ประโยค: ประเทศไทยมีพรมแดนติดทะเล หรือ ประเทศไทยเป็นเกาะ

ประโยค: พี่ภูผาสอนเคมีในอีก 10 ปีข้างหน้า หรือ พี่ภูผาไม่สอนเคมีในอีก 10 ปีข้างหน้า

ประโยค:  $(1 + 1 = 3) \vee (2 + 2 = 5) \vee (3 + 3 = 6)$

ประโยค: ทวีปเอเชียมีประเทศมากที่สุด  $\vee \int_0^1 \frac{x^4(1-x)^4}{1+x^2} = \frac{22}{7} - \pi \vee 1+1=2$

ตัวเชื่อม “ถ้า  $p$  แล้ว  $q$ ” ( $p \rightarrow q$ )

ประโยค: ถ้า  $2 + 2 = 5$  แล้วฉันเป็นพระราชา

ประโยค: “ถ้าเรียน แล้วสอบได้” แม้ไม่เรียน

ประโยค: ถ้า  $2 < 1$  แล้ว  $\int_0^1 \frac{x^4(1-x)^4}{1+x^2} = \frac{22}{7} - \pi$

ตัวเชื่อม “ $p$  ก็ต่อเมื่อ  $q$ ” ( $p \leftrightarrow q$ )

ประโยค:  $2 + 2 = 4$  ก็ต่อเมื่อ ฉันเป็นมนุษย์ต่างดาว

ประโยค: ดวงจันทร์เป็นดาวฤกษ์ ก็ต่อเมื่อ ดวงอาทิตย์เป็นดาวเคราะห์

ประโยค: จำนวนเต็มทุกตัวเป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ จำนวนเต็มทุกตัวเป็นจำนวนคี่

ตัวเชื่อม “ไม่  $p$ ” ( $\sim p$ )

ประพจน์: สีเหลืองจตุรัสเป็นสีเหลืองผืนผ้า

ประพจน์: ฝนตกและรถติด

ประโยค: วันนี้เป็นวันจันทร์หรือวันอังคาร

ประโยค: พี่ญาใช้fastwork แล้ว พี่ญาชอบพี่CK

ประโยค: ฟนตกและร้อน หรือ ฟนตกและหนาว

จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

1. กำหนด  $p$  และ  $q$  มีค่าความจริงเป็น  $F$  และ  $F$  ตามลำดับ จงหาค่าความจริงของ  $\sim(p \vee q) \leftrightarrow p$

2. กำหนด  $p, q$  และ  $r$  มีค่าความจริงเป็น  $T, T$  และ  $F$  ตามลำดับ  
จงหาค่าความจริงของ  $\sim(r \vee p \rightarrow \sim q) \leftrightarrow \sim r$

3. จงหาค่าความจริงของ  $\sim(T \wedge T \vee F) \leftrightarrow (\sim T \leftrightarrow T \vee \sim F)$   
Type equation here.

4. จงหาค่าความจริงของ  $\sim(F \rightarrow \sim F) \vee (\sim F \leftrightarrow \sim T)$

5. จงหาค่าความจริงของ  $\sim(p \vee \sim p)$

6. กำหนด  $p$  มีค่าความจริงเป็น  $T$  จงหาค่าความจริงของ  $\sim(p \vee \sim q) \rightarrow \sim r$

7. กำหนด  $p$  มีค่าความจริงเป็น  $T$  จงหาค่าความจริงของ  $\sim(\sim p \vee q) \leftrightarrow \sim(p \rightarrow \sim q)$

8. กำหนด  $p$  มีค่าความจริงเป็น  $T$

จงหาค่าความจริงของ  $\sim(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim(q \wedge \sim q) \rightarrow \sim q)$

9. กำหนด  $p$  มีค่าความจริงเป็น  $T$  จงหาค่าความจริงของ  $\sim((\sim p \wedge \sim r) \rightarrow (q \rightarrow (p \vee s)))$

10. จงหาค่าความจริงของ  $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)] \rightarrow (p \rightarrow s)$

11. ให้  $(p \wedge q) \wedge (r \wedge s) \equiv T$  หาค่าความจริงของประพจน์  $p, q, r$  และ  $s$

12. ให้  $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r) \equiv F$  หาค่าความจริงของประพจน์  $p, q$  และ  $r$

13. ให้  $(p \rightarrow (p \rightarrow r)) \vee (r \leftrightarrow \sim q) \equiv F$  หาค่าความจริงของประพจน์  $p, q$  และ  $r$

14. ให้  $(p \wedge q) \leftrightarrow p \equiv F$  หาค่าความจริงของประพจน์  $p, q$

15. ให้  $(p \rightarrow q) \wedge (r \wedge \sim q) \equiv T$  หาค่าความจริงของประพจน์  $(q \leftrightarrow r) \vee (\sim q \rightarrow p)$

การสร้างตารางค่าความจริง

จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

1.  $(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge q)$

2.  $(p \leftrightarrow \sim q) \rightarrow (q \rightarrow (p \leftrightarrow \sim q))$

3.  $(p \vee q \wedge r) \leftrightarrow (p)$   
ลำดับดำเนินการคือ  $(p \vee [q \wedge r]) \leftrightarrow (p)$

4.  $\sim(p \leftrightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow r)$

สมมูลกัน

1.  $p \leftrightarrow q$  กับ  $(\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$

2.  $p \rightarrow (q \vee r)$  กับ  $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$

3.  $p \rightarrow (q \rightarrow r)$  กับ  $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

4.  $(p \wedge \sim q) \vee q$  ក៏  $\sim p \rightarrow q$

5.  $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$  ក៏  $p \wedge q$

6.  $[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)]$  ក៏  $T$

สัจนิรันดร์

1.  $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$

$$2. (p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$$

3.  $r \rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow r)]$

การอ้างเหตุผล

จงหาว่าเหตุต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

1. กำหนดให้เหตุ

-  $p \rightarrow q$

-  $\sim p$

จงหาว่าผลคือ  $q$  สมเหตุสมผลหรือไม่

2. กำหนดให้เหตุ

-  $p \rightarrow (q \vee r)$

-  $\sim q$

-  $r \rightarrow s$

จงหาว่าผลคือ  $p \rightarrow s$  สมเหตุสมผลหรือไม่

3. เหตุ:

- ไม่มีนักการเมืองคนใดที่เป็นคนซื่อสัตย์
- คนที่ซื่อสัตย์บางคนเป็นคนจน

ผล: คนจนบางคนไม่ใช่นักการเมือง สมเหตุสมผลหรือไม่

จงอธิบายประโยคเปิดที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้

กำหนดประโยคเปิด  $P(x)$  แทนข้อความ  $x + 1 > 2$  และ  $Q(x)$  แทนข้อความ  $|x| = x$

1.  $\forall x \in \mathbb{N}[P(x)]$

2.  $\exists x \in \mathbb{N}[\sim Q(x)]$

3.  $\exists x \in \mathbb{N}[P(x) \wedge Q(x)]$

ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ  
จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

1.  $\forall x \in \mathbb{N}[x + 1 > 2]$

2.  $\exists x \in \mathbb{R}[x \neq 0] \leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R}[x^2 = 0]$

3.  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R}[x + y = 5]$

4.  $\exists x \in \mathbb{N}[(x = 0) \wedge (x < -1)]$

### สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

1. ประพจน์: คนไทยทุกคนรักประเทศไทย

2. ประพจน์:  $\exists x[(x^2 + 1 > 0) \wedge (x < -1)]$

3. ประพจน์:  $\exists x[x = 1] \leftrightarrow \exists y[y < 2]$

4. ประพจน์:  $\forall x\exists y[x + y \leq 0]$

5. ประพจน์:  $\exists x[x < 7] \rightarrow \forall x\exists y[xy = 0]$

โจทย์เพิ่มเติม

1. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่ามีข้อถูกทั้งหมดกี่ข้อ
  - ประพจน์  $p \rightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$  สมมูลกับประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$
  - ประพจน์  $p \wedge (q \rightarrow r)$  สมมูลกับประพจน์  $(q \rightarrow p) \vee \sim(p \rightarrow \sim r)$

2. กำหนดให้  $P(x)$  และ  $Q(x)$  เป็นประโยคเปิด ประโยค  $\forall x[P(x)] \rightarrow \exists x[\sim Q(x)]$  สมมูลกับ  
ประโยค ในข้อใดต่อไปนี้ (PAT1 ก.ค. 52 ข้อ1)
1.  $\forall x[\sim P(x)] \rightarrow \exists x[Q(x)]$
  2.  $\forall x[Q(x)] \rightarrow \exists x[\sim P(x)]$
  3.  $\exists x[P(x)] \rightarrow \forall x[Q(x)]$
  4.  $\exists x[\sim Q(x)] \rightarrow \forall x[P(x)]$

3. นายชดแจ้งได้ทราบข้อมูลของคน 5 คนคือ  $A, B, C, D$  และ  $E$  ดังนี้

$A$  บอกว่า “ $C$  และ  $D$  พูดโกหก”

$B$  บอกว่า “ $A$  และ  $C$  เป็นคนพูดจริง”

$C$  บอกว่า “ $D$  พูดโกหก”

$D$  บอกว่า “ $E$  พูดโกหก”

$E$  บอกว่า “ $B$  พูดโกหก”

จากข้อมูลดังกล่าวท่านจะช่วยนายชดแจ้งค้นหาว่าใครบ้างเป็นคนพูดจริงและใครบ้างเป็นคนพูดเท็จ

(PAT1 มี.ค. 53)