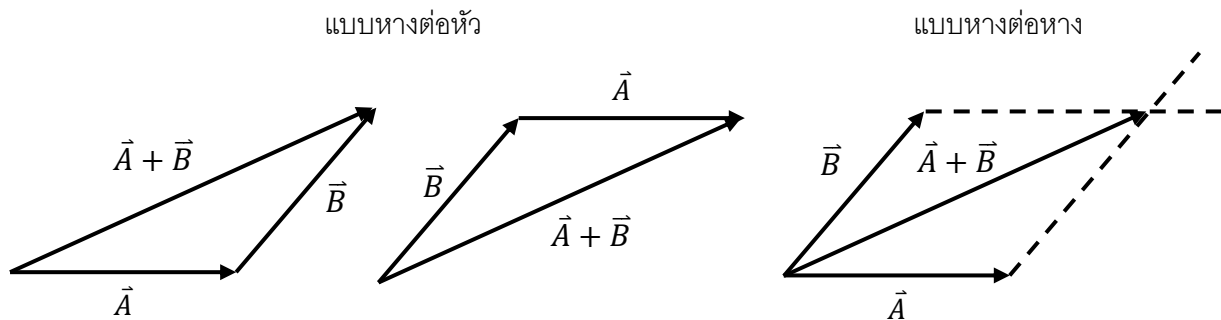


เวกเตอร์

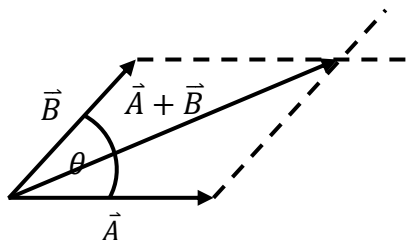
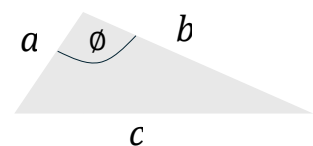
เวกเตอร์ เช่น การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง แรง เป็นต้น คือ ปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง ดังนั้นเวลาจะดำเนินการต่างๆ ต้องสนทิศทางด้วย

การวาดเวกเตอร์ลัพธ์



การคำนวณขนาดเวกเตอร์ลัพธ์

- ตั้งฉากกัน $\rightarrow$ ใช้พีทาโกรัส : $c^2 = a^2 + b^2$
- ทำมุมใดๆ ใช้ กฎของ Cosine : $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \phi$



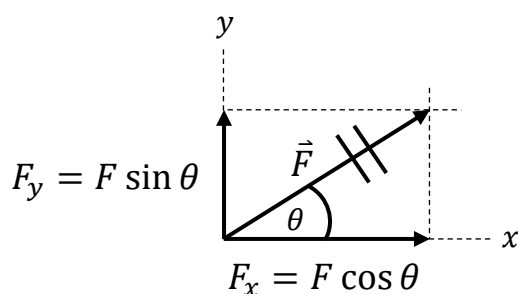
จะได้ว่า

$$|\vec{A} + \vec{B}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2|\vec{A}||\vec{B}|\cos \theta$$

สูตรที่อาจเป็นประโยชน์ : $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$

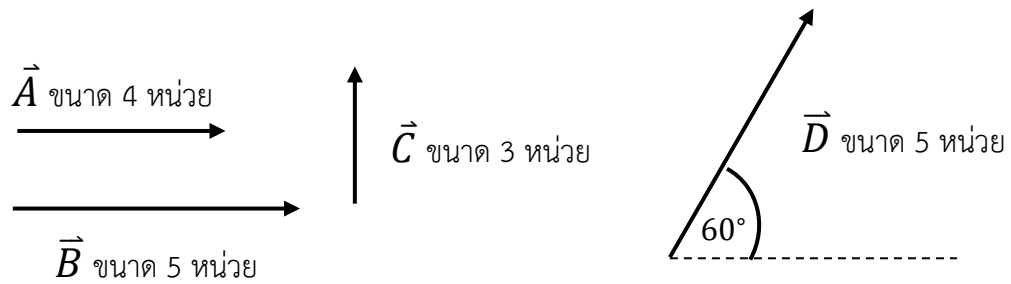
การแตกเวกเตอร์

“ไถ่ลมมใช้ cos ไถ่ลมมใช้ sin” (ใช้ sin cos ของสามเหลี่ยมพีสุจน์)



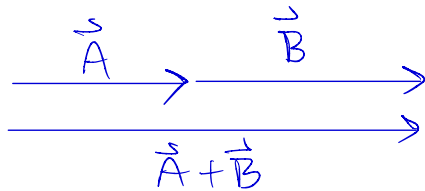
แบบฝึกหัด เวกเตอร์

1. กำหนดเวกเตอร์ดังต่อไปนี้

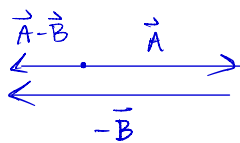


จงวาดรูปและหาขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์ต่อไปนี้ (ตอบติดรูปได้)

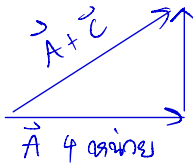
1) $|\vec{A} + \vec{B}| = \underline{\quad 9 \quad}$



2) $|\vec{A} - \vec{B}| = \underline{\quad 1 \quad}$



3) $|\vec{A} + \vec{C}| = \underline{5}$



$\vec{C}$ 3 หน่วย

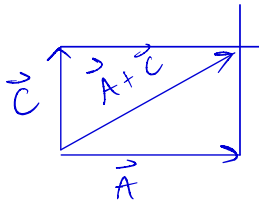
$\vec{A}$ 4 หน่วย

พิทาโกรัส

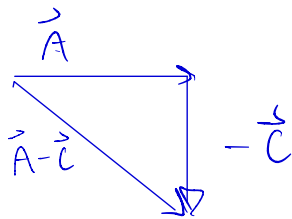
$$\begin{aligned} |\vec{A} + \vec{C}|^2 &= |\vec{A}|^2 + |\vec{C}|^2 \\ &= 4^2 + 3^2 \\ &= 16 + 9 \end{aligned}$$

$$|\vec{A} + \vec{C}|^2 = 25$$

$$|\vec{A} + \vec{C}| = 5$$

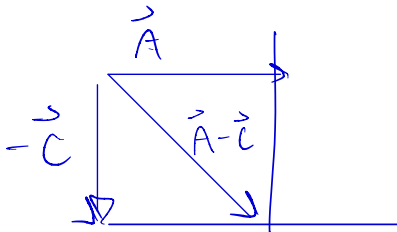


4) $|\vec{A} - \vec{C}| = \underline{5}$

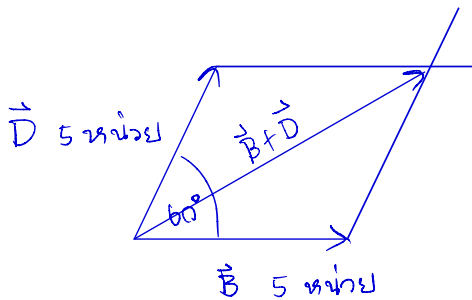


คล้ายข้อ 3)

$$|\vec{A} - \vec{C}| = 5$$



5) $|\vec{B} + \vec{D}| = \underline{5\sqrt{3}}$



$\vec{D}$ 5 หน่วย

$\vec{B}$ 5 หน่วย

$$|\vec{B} + \vec{D}|^2 = |\vec{B}|^2 + |\vec{D}|^2 + 2|\vec{B}||\vec{D}|\cos 60^\circ$$

ถ้า $|\vec{B}| = |\vec{D}|$

จะได้

$$|\vec{B} + \vec{D}|^2 = |\vec{B}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2|\vec{B}||\vec{B}|\cos 60^\circ$$

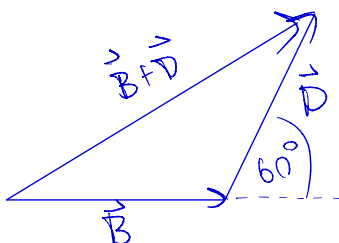
$$|\vec{B} + \vec{D}|^2 = 2|\vec{B}|^2 + 2|\vec{B}|^2\cos 60^\circ$$

$$|\vec{B} + \vec{D}|^2 = 2|\vec{B}|^2(1 + \cos 60^\circ) = |\vec{B}|^2(2 + 1)$$

$$|\vec{B} + \vec{D}| = |\vec{B}|\sqrt{3}$$

$$|\vec{B} + \vec{D}| = 5\sqrt{3} \text{ หน่วย}$$

Phupha Tutor | 3



* ตอนทำโจทย์อาจเขียน $|\vec{B}| \rightarrow B$, $|\vec{B} + \vec{D}| = \square$ เพื่อความสะดวกในการคิดก็ได้

2. เวกเตอร์สองตัวมีการรวมกันได้ขนาดมากที่สุดเท่ากับ 14 หน่วย และขนาดน้อยที่สุดเท่ากับ 2 หน่วย
จงหาขนาดของเวกเตอร์ทั้งสอง

👉 ให้ขนาดของเวกเตอร์สองตัวคือ A กับ B แล้ว $A \geq B$

มากที่สุด แปลว่าทิศเดียวกัน $\rightarrow$ ขนาดบวกกัน

$$A + B = 14 \quad \text{--- ①}$$

น้อยสุด แปลว่าทิศตรงข้าม $\rightarrow$ ขนาดลบกัน

$$A - B = 2 \quad \text{--- ②}$$

แก้สมการ ① & ②

จะได้ $A = 8$ หน่วย

$B = 6$ หน่วย #

3. จากข้อ 2. จงหาขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์ ถ้าเอาเวกเตอร์สองตัวดังกล่าวมาตั้งฉากกัน

👉 ให้เวกเตอร์ลัพธ์ ขนาด = C

$$C^2 = A^2 + B^2$$

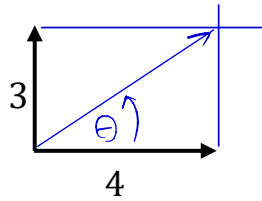
$$C^2 = 8^2 + 6^2$$

$$C = 10 \text{ หน่วย} \quad \#$$

กำหนดเวกเตอร์ $\vec{c}$, ขนาด c

4. จงขนาดของเวกเตอร์ $\vec{c}$ และหาขนาดของมุมที่เวกเตอร์ $\vec{c}$ ทำกับแกน x

1)



$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c = 5$$

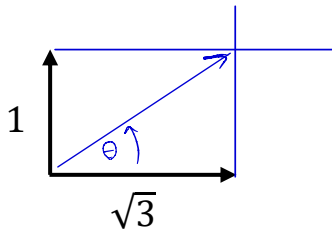
หาทิศ $\tan \theta = \frac{3}{4}$

$$\theta = \arctan\left(\frac{3}{4}\right)$$

หรือ $\theta = \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$

หรือ $\theta = \arccos\left(\frac{4}{5}\right)$

2)



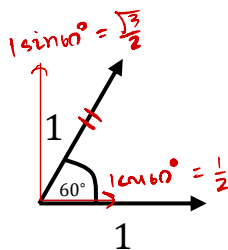
$$c^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2$$

$$c = 2$$

หาทิศ $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\theta = 30^\circ \#$$

3)

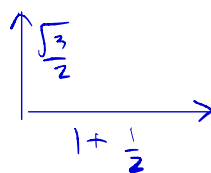


$$c^2 = 1^2 + 1^2 + 2(1)(1)\cos 60^\circ$$

$$c^2 = 2 + 2 \times \frac{1}{2}$$

$$c = \sqrt{3}$$

หาทิศ



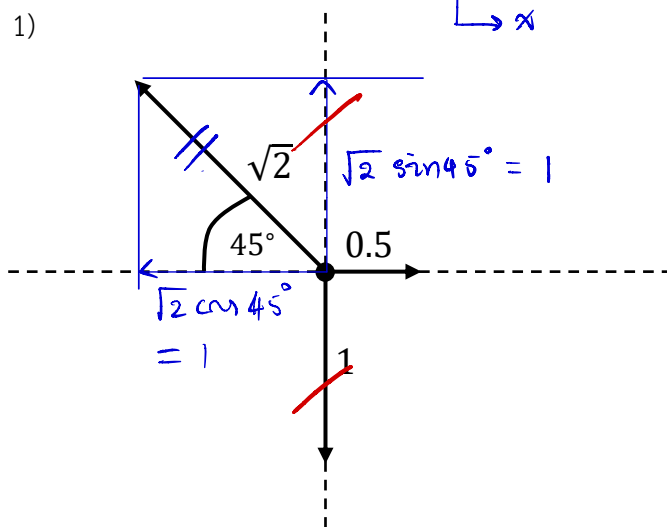
$$\tan \theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = 30^\circ$$

ข้อ ๕ เป็นขนาดเวกเตอร์

5. จงหาขนาดของเวกเตอร์ต่อไปนี้

1)

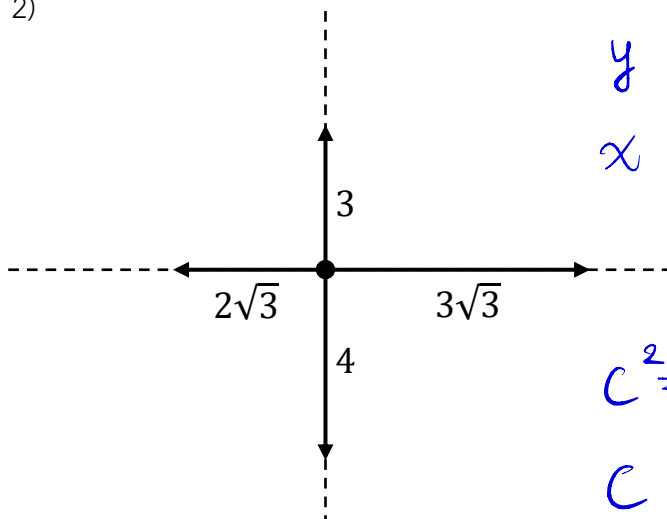


แกน y: 0

แกน x: -0.5

$$C = 0.5 \#$$

2)



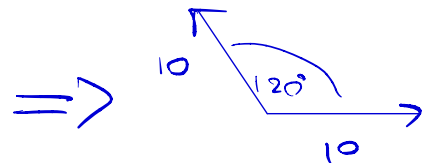
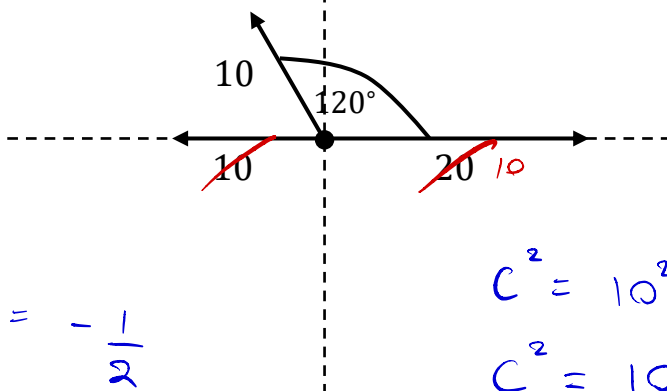
$$y : -1$$

$$x : \sqrt{3}$$

$$C^2 = 1^2 + \sqrt{3}^2$$

$$C = 2 \#$$

3)



$$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$C^2 = 10^2 + 10^2 + 2(10)(10)\cos 120^\circ$$

$$C^2 = 10^2(1 + 1 + 2\cos 120^\circ)$$

$$C^2 = 10^2(2 + 2(-\frac{1}{2}))$$

$$C^2 = 10$$

$$C = 10 \#$$

แรงและกฎการเคลื่อนที่

มวล (mass) เป็นปริมาณสเกลาร์ ซึ่งบอกถึงความสามารถในการต้านการเปลี่ยนแปลงสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ หรือก็คือ “ความเฉื่อย” ในระบบ SI มวลมีหน่วยเป็น kg และเป็นค่าที่คงที่ไม่ขึ้นกับสถานที่

แรง (Force) เป็นปริมาณเวกเตอร์ คือปริมาณที่พยายามจะเปลี่ยนแปลงสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุที่แรงไปกระทำ (เปลี่ยนทิศทางหรือขนาดของความเร็ว) แรงมีหน่วยเป็น $\text{kg} \times \text{m/s}^2$ หรือ N (Newton)

Newton's Law

กฎข้อที่ 1 : ในกรอบอ้างอิงเฉื่อย วัตถุที่อยู่นิ่ง จะนิ่งต่อไป วัตถุที่เคลื่อนที่ จะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ (อัตราเร็วคงที่เป็นเส้นตรง) เมื่อไม่มีแรงภายนอกมากระทำ

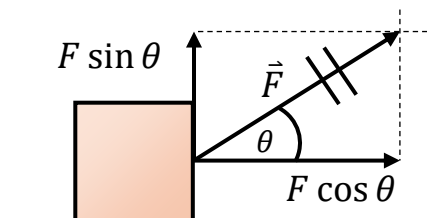
กฎข้อที่ 2 : ในกรอบอ้างอิงเฉื่อย แรงลัพธ์ ($\Sigma \vec{F}$) ที่กระทำต่อวัตถุมวล m จะทำให้วัตถุมีความเร่ง ($\vec{a}$) ตามความสัมพันธ์นี้

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

กฎข้อที่ 3 : Action = Reaction (*แรง Action กับ Reaction ต้องทำบนคนละวัตถุ*)

หมายเหตุ : กรอบอ้างอิงเฉื่อย คือ กรอบการสังเกตของผู้สังเกตที่ไม่มีความเร่ง

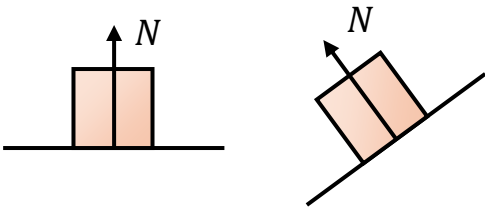
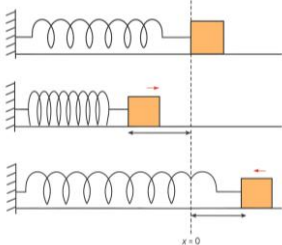
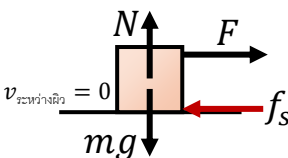
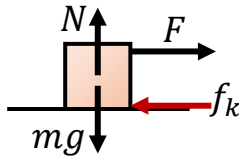
การแตกแรง (ไถ่ cos ไถ่ sin)



วิธีการแก้โจทย์นิวตัน

1. กำหนดทิศ และเลือกวัตถุหรือระบบวัตถุ
2. เขียน Free Body Diagram โดยเขียนแรงที่กระทำต่อวัตถุที่เราสนใจ
3. ตั้ง $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

ชนิดของแรงหลัก ๆ

แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก (N)	แรงดึงเชือก (T)
 แรง N มีทิศตั้งฉากกับแนวผิวสัมผัส	 แรง T มีทิศพุ่งออกจากวัตถุที่สนใจ
แรงสปริง (F_s)	แรงเสียดทาน (f)
 Hooke's Law : $\vec{F}_{sp} = -k\vec{x}$	ผิวสัมผัสไม่เกิดการเสียดสี  $v_{ระหว่างผิว} = 0$ $f_s \leq \mu_s N$ ผิวสัมผัสเกิดการเสียดสี  $f_k = \mu_k N$

แบบฝึกหัด มวล/น้ำหนัก

6. ถ้าหินก้อนหนึ่งมีมวล 10 กิโลกรัม ขณะที่อยู่บนโลกมีน้ำหนัก 98 นิวตัน แล้วถ้านำหินก้อนนี้ไปอยู่บนดวงจันทร์หินก้อนนี้จะมีมวลกี่กิโลกรัม (กำหนด g บนดวงจันทร์มีขนาดเป็น $1/6$ เท่าของโลก)

1. 98
2. 10
3. 16
4. 588

↓
ถูกต้อง

7. ถ้าชั่งน้ำหนักบนโลกอ่านค่าได้ว่าหนัก 600 นิวตัน แล้วไปชั่งน้ำหนักบนดาวอังคาร ซึ่งมีค่า g เป็น $2/5$ เท่าของโลก จะอ่านค่าน้ำหนักได้กี่นิวตัน

1. 120
2. 240
3. 480
4. 1,200

$$W = mg$$

$$W \propto g$$

$$\frac{W_{\text{mars}}}{W_{\text{earth}}} = \frac{g_{\text{mars}}}{g_{\text{earth}}} =$$

$$W_{\text{mars}} = \frac{2}{5} W_{\text{earth}}$$

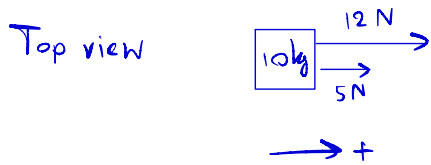
$$= \frac{2}{5} \times \cancel{600}^{20}$$

$$= 240 \text{ N}$$

แบบฝึกหัด แรง

8. มีสองแรงคือ 12 นิวตัน และ 5 นิวตันในระนาบระดับกระทำต่อมวล 10 กิโลกรัมบนพื้นระดับลื่น จงหาขนาดของความเร่งของมวลนี้เมื่อ

- 1) แรงสองแรงมีทิศเดียวกัน



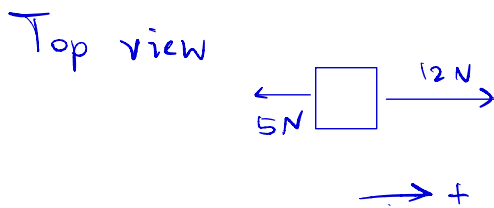
$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$a = \frac{\Sigma F}{m}$$

$$a = \frac{12 + 5}{10}$$

$$a = 1.7 \text{ m/s}^2$$

- 2) แรงสองแรงมีทิศตรงกันข้าม



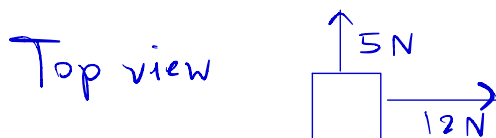
$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$a = \frac{\Sigma F}{m}$$

$$a = \frac{12 + (-5)}{10}$$

$$a = 0.7 \text{ m/s}^2$$

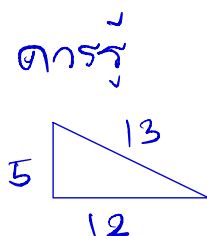
- 3) แรงสองแรงมีทิศตั้งฉากกัน



$$a = \frac{\Sigma F}{m}$$

$$a = \frac{13}{10}$$

$$a = 1.3 \text{ m/s}^2$$



9. แรงสองแรง 15 และ 20 นิวตัน จะมีแรงลัพธ์ขนาดมากที่สุดและน้อยที่สุดได้กี่นิวตันตามลำดับ

1. 25, 0

2. 25, 5

3. 35, 5

4. 35, 10

ทิศเดียวกัน ทิศตรงข้าม

$$\text{max} : 20 + 15 = 35 \text{ N}$$

$$\text{min} : 20 - 15 = 5 \text{ N}$$

10. แรงสองแรง 15 และ 20 นิวตัน แรงลัพธ์ข้อใดเป็นไปได้

1. 4 N

2. 5 N

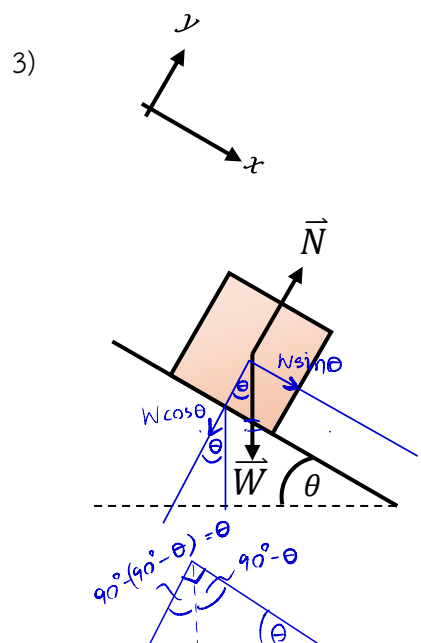
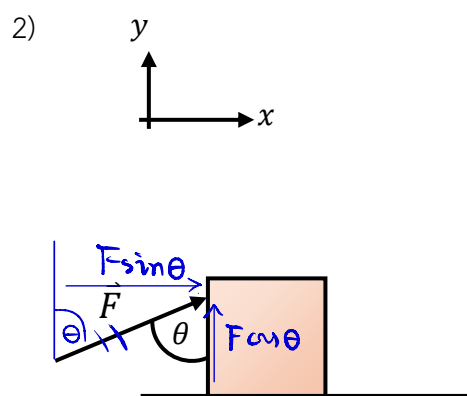
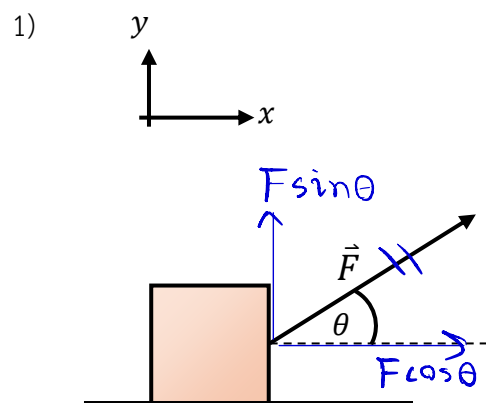
3. 30 N

4. 33 N

จากข้อ 9.

$$5 \leq \Sigma F \leq 35$$

11. จงแตกแรงที่กระทำต่อวัตถุ ให้อยู่ในแนวแกน x และ y

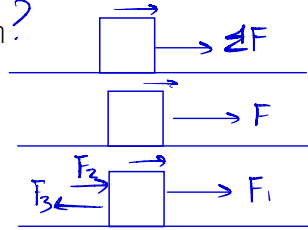


แบบฝึกหัด กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

12. สมชายสังเกตเห็นวัตถุเคลื่อนที่ไปทางขวา ข้อใดสรุปถูกต้อง (PAT2 มี.ค. 2555)

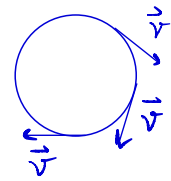
เป็นไปได้
ทุกอัน

1. วัตถุถูกกระทำด้วยแรงลัพธ์ที่มีทิศไปทางขวา?
2. วัตถุถูกกระทำด้วยแรงที่มีทิศไปทางขวา?
3. วัตถุถูกกระทำมากกว่า 1 แรง?
4. ข้อมูลไม่เพียงพอต่อการสรุป



13. ในมุมมองของใครบ้างที่กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันเป็นจริง

- ก) กฤตกำลังขับรถด้วยความเร็วคงที่ ✓
 - ข) กันต์กำลังวิ่งด้วยอัตราเร็วคงตัวเป็นวงกลม ✗ วิ่งเปลี่ยนทิศ
 - ค) หมิงนั่งอยู่บนรถ ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง ✗
1. กันต์เท่านั้น
 2. กฤตและกันต์
 3. กฤตเท่านั้น
 4. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันเป็นจริงในมุมมองของทั้งสาม



กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันเป็นจริงใน "กรอบอ้างอิงเฉื่อย"
คือ ผู้สังเกตไม่มีความเร่ง → ชี ดงที่

14. นักเรียนคนหนึ่งผลักรถเข็นให้เคลื่อนที่ไปข้างหน้า ข้อใดสรุปเกี่ยวกับขนาดของแรงที่รถเข็นกระทำกับนักเรียนได้ถูกต้อง (PAT2 ก.ค. 2553)

Newton ข้อ 3
Action = Reaction

1. มากกว่าขนาดของแรงที่นักเรียนกระทำกับรถเข็นตลอดเวลา
2. เท่ากับขนาดของแรงที่นักเรียนกระทำกับรถเข็นตลอดเวลา
3. น้อยกว่าขนาดของแรงที่นักเรียนกระทำกับรถเข็นตลอดเวลา
4. มากกว่าขนาดของแรงที่นักเรียนกระทำกับรถเข็นเมื่อยังไม่เคลื่อนที่ แต่น้อยกว่าขนาดของแรงที่นักเรียนกระทำกับรถเข็นเมื่อเคลื่อนที่ไปแล้ว

15. ข้อความใดกล่าวไม่ถูกต้อง ตามลักษณะของแรงที่กล่าวถึงในกฎข้อที่ 3 ของนิวตัน

1. ประกอบด้วยแรงสองแรง ✓
2. มีขนาดเท่ากันและมีทิศตรงกันข้าม ✓
3. เป็นแรงที่ทำให้แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ → การเกิดแรงตามละวัตถุ
4. เป็นแรงที่กระทำบนคนละวัตถุ ✓

แรงมาติดตัวกันไม่ได้
วันแต่จะติดกัน "ระบบ"
เช่น
ผลัก → ระบบที่มี 2 มวล
แรงภายในระบบหักล้างกัน

16. คู่แรงใดบ้างที่เป็น Action & Reaction กัน

- a) แรงโน้มถ่วง & แรง N ✗
- b) แรงที่โลกดูดวัตถุ & แรงที่วัตถุดูดโลก ✓
- c) แรงที่เตะลูกบอล & แรงที่ลูกบอลทำกับเท้า ✓
- d) แรงที่ดันกำแพง & แรงที่กำแพงดันกลับ ✓

1. a เท่านั้น
2. a, b, c, d

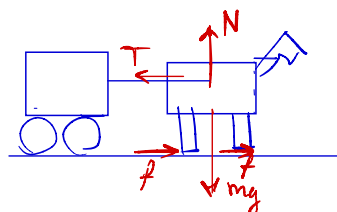
3. b, c, d

4. ไม่มีแรงคู่ไหนเป็น Action & Reaction กัน

N : พื้นจั่ววัตถุ
W : โลกดูดวัตถุ
เนื่องจากทั้งมวลวัตถุเดียวกัน
∴ ไม่ใช่ Ac. & Reac.

17. ใช้ไม้ตัวหนึ่งลากรถ แรงที่ทำให้ไม้เคลื่อนที่ไปข้างหน้าคือ (มข. 2524)

1. แรงที่ไม้กระทำต่อรถ
2. แรงที่รถกระทำต่อไม้
3. แรงที่รถม้ากระทำต่อพื้น
4. แรงที่พื้นกระทำต่อเท้าม้า

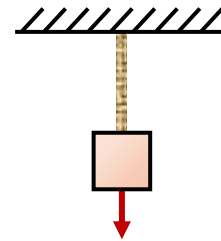


18. ในขณะที่เรายืนอยู่นิ่งบนพื้นโลก ให้ F_1 คือขนาดแรงของโลกที่ดึงดูดตัวเรา และ F_2 คือขนาดของแรงที่ตัวเราดึงดูดโลก F_1 และ F_2 มีความสัมพันธ์กันอย่างไร (O-Net 2555)

1. $F_1 = F_2$
2. $F_1 > F_2$
3. $F_1 < F_2$
4. $F_1 \neq F_2$ แต่ไม่ได้บอกว่าแรงใดมากกว่ากัน
5. $F_1 > F_2$ และ $F_2 = 0$

19. แขนงวัตถุด้วยเส้นเชือกจากเพดาน แรงปฏิกิริยาตามกฎของที่ 3 ของนิวตันของแรงซึ่งเป็นน้ำหนักของวัตถุ คือแรงใด (ENT 2532)

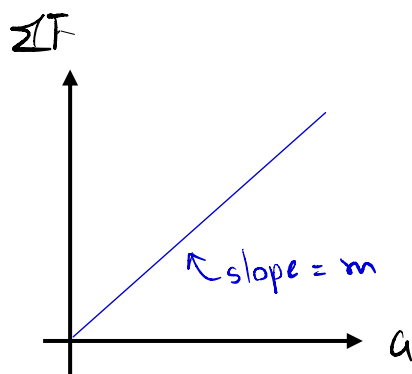
1. แรงที่เชือกกระทำต่อเพดาน
2. แรงที่เส้นเชือกกระทำต่อวัตถุ
3. แรงโน้มถ่วงที่วัตถุกระทำต่อโลก
4. แรงที่วัตถุกระทำต่อเส้นเชือก



20. จงวาดกราฟคร่าวๆ ระหว่างปริมาณที่กำหนดไว้ในสถานการณ์ที่กำหนด

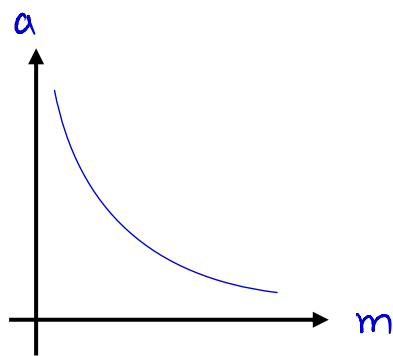
โดยอ้างอิงจากสมการ $\Sigma F = ma$ (Hint : พิจารณาสมการเส้นตรง $y = Ax + B$) $A = \text{slope}$

- 1) แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุกับความเร่งของวัตถุนั้นโดยกำหนดให้มวลคงที่



$$\underbrace{\Sigma F}_y = \underbrace{m}_A \underbrace{a}_x$$

- 2) ความเร่งของวัตถุกับมวลขนาดต่างๆ เมื่อกำหนดให้แรงลัพธ์คงที่

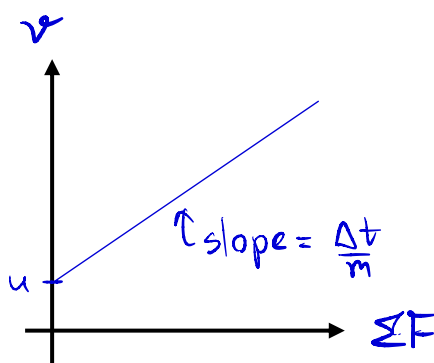


$$\Sigma F = ma$$

$$a = \Sigma F \cdot \frac{1}{m}$$

$$a \propto \frac{1}{m}$$

- 3) มีแรงลัพธ์กระทำใส่วัตถุที่มีความเร็ว u ทำให้ความเร็วของวัตถุเปลี่ยนไป วาดกราฟคร่าวๆ ระหว่างความเร็วของวัตถุกับแรงลัพธ์ที่กระทำ เมื่อเวลาผ่านไป Δt (ค่าคงที่)



$$\Sigma F = ma ; a = \frac{v-u}{\Delta t}$$

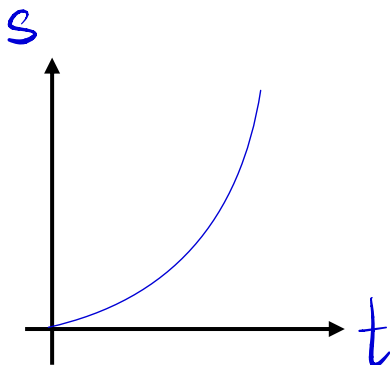
$$\Sigma F = m \left(\frac{v-u}{\Delta t} \right)$$

$$\frac{\Delta t}{m} \Sigma F = v - u$$

$$v = \frac{\Delta t}{m} \Sigma F + u$$

$$u=0$$

- 4) แรงลัพธ์คงที่กระทำต่อวัตถุมวล m ที่หยุดนิ่งอยู่ วาดกราฟคร่าวๆ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้กับเวลาในการเคลื่อนที่



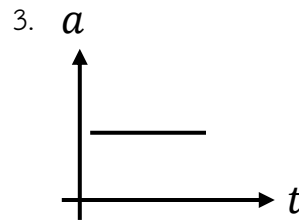
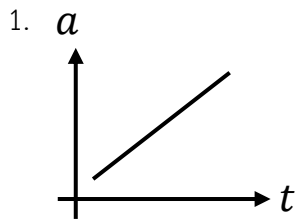
$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 ; u=0$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 ; a = \frac{\Sigma F}{m}$$

$$s = \frac{1}{2} \frac{\Sigma F}{m} t^2$$

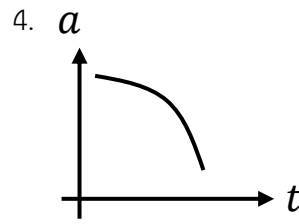
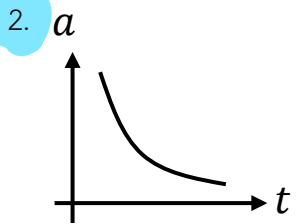
↑
Parabola

21. บนพื้นที่ไม่มีความเสียดทาน ถ้าใช้แรงคงที่กระทำกับมวลขนาดต่างๆ กัน ทำให้มวลมีความเร่งขนาดต่างๆ กัน ถ้าเขียนกราฟระหว่างความเร่ง a กับมวล m จะได้ดังรูปใด (ENT 2527)



$$F = ma$$

$$a = F \frac{1}{m}$$



22. ถ้ามีแรงขนาด 12 นิวตัน และ 16 นิวตัน กระทำต่อวัตถุซึ่งมีมวล 4 กิโลกรัม โดยแรงทั้งสองกระทำในทิศตั้งฉากซึ่งกันและกัน วัตถุนั้นจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งเท่าใด (ENT 2540)

1. 3 m/s^2

2. 4 m/s^2

3. 5 m/s^2

4. 6 m/s^2

$$\Sigma F = ma$$

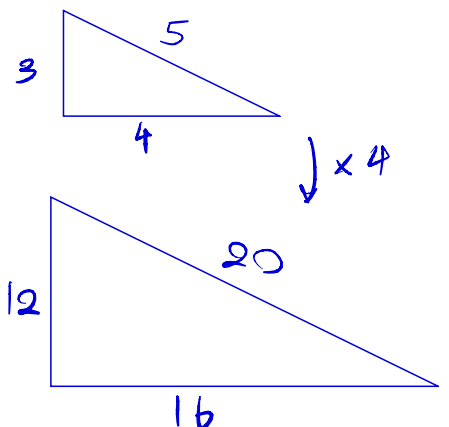
$$a = \frac{\Sigma F}{m}$$

$$a = \frac{20}{4}$$

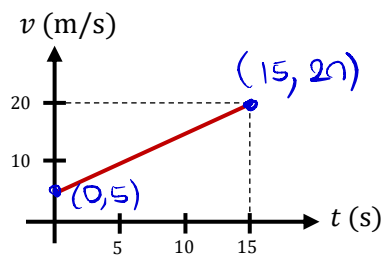
$$a = 5 \text{ m/s}^2$$

$$\Sigma F^2 = 12^2 + 16^2$$

$$\Sigma F = 20 \text{ N}$$



23. วัตถุมวล 20 กิโลกรัม มีแรงลัพธ์มากระทำต่อมวล ทำให้มวลเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพันธ์กับเวลาดังกราฟ จงหาแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุ



$$a = \text{slope } v \text{ \& } t$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

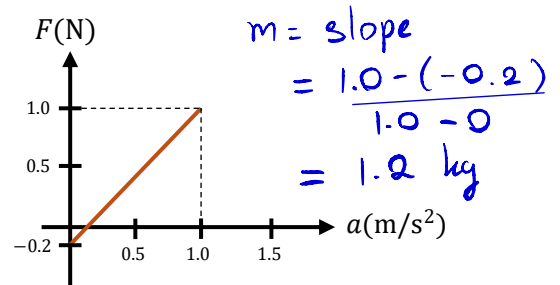
$$a = \frac{20-5}{15-0} = 1 \text{ m/s}^2$$

$$\Sigma F = ma = 20 \times 1$$

$$\Sigma F = 20 \text{ N}$$

24. ในการทดลองเพื่อพิสูจน์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน มีการชดเชยความผิด และใช้แรงขนาดต่างๆ ลากมวล (รถทดลอง) และวัดความเร่ง เมื่อเขียนกราฟระหว่างแรงและความเร่งได้กราฟดังรูป การทดลองนี้แสดงว่ามวลที่ทดลองมีค่าเท่าใด (ENT 2531)

1. 0.8 kg
2. 1.0 kg
3. 1.1 kg
4. 1.2 kg



$$m = \text{slope} = \frac{1.0 - (-0.2)}{1.0 - 0} = 1.2 \text{ kg}$$

$$\Sigma F = ma$$

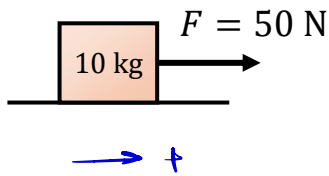
$$F + f = ma$$

↑ แรงเสียดทาน

$$F = ma - f$$

y A x B

25. ลังไม้มวล 10 กิโลกรัม วางบนพื้นที่ไม่มีแรงเสียดทาน มีคนออกแรงดึงลังไม้ 50 นิวตัน ไปในทิศทางขนานกับพื้น ลังไม้จะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งขนาดเท่าไร และมีทิศทางใด (หนังสือ สสวท.)



$$\Sigma F = ma$$

$$a = \frac{\Sigma F}{m}$$

$$a = \frac{50}{10}$$

$$a = 5 \text{ m/s}^2$$

ทิศเดียวกับแรง 50 N

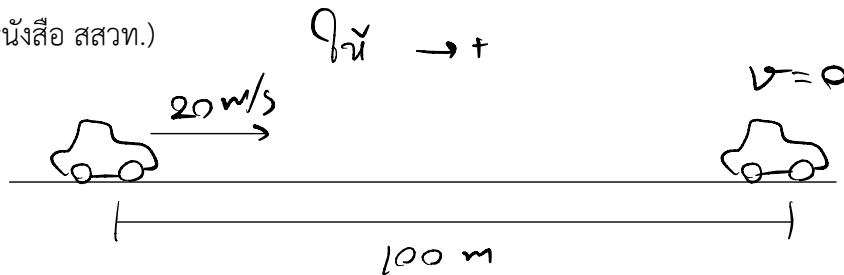
26. แท่งไม้มวล 6.0 กิโลกรัม วางบนลวดที่ไม่มีแรงเสียดทาน มีแรงขนาด 18 นิวตัน มากระทำต่อแท่งไม้ในทิศทางขนานกับลวด ให้หาขนาดและทิศทางของความเร่งของแท่งไม้ (หนังสือ สสวท.)

$$\Sigma F = ma$$

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{18}{6} = 3.0 \text{ m/s}^2$$

ทิศเดียวกับแรง 18 N

27. รถยนต์คันหนึ่งมวล 800 กิโลกรัมกำลังแล่นบนถนนในแนวระดับด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ไปทางทิศตะวันออก เมื่อคนขับดับเครื่องยนต์ รถยนต์คันนี้แล่นต่อไปอีกเป็นระยะทาง 100 เมตร จึงหยุดนิ่ง จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อรถยนต์ (ให้ถือว่าแรงลัพธ์มีขนาดคงที่) (หนังสือ สสวท.)



$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$0 = 400 + 2a(100)$$

$$a = -2 \text{ m/s}^2$$

$$\Sigma F = ma$$

$$\Sigma F = 800(-2)$$

$$\Sigma F = -1600 \text{ N}$$

ขนาด 1600 N ↑ ที่ตรงข้ามการเคลื่อนที่

28. ออกแรงกระทำต่อมวล 20 กิโลกรัม ซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ทำให้มีความเร็วเปลี่ยนเป็น 16 เมตรต่อวินาที ในเวลา 5.0 วินาที ถ้าใช้แรงนี้กระทำต่อมวล 10 กิโลกรัม จะทำให้มวลนี้มีความเร่งเท่าใด (หนังสือ สสวท.)

$$\Sigma F = ma$$

$$a = \frac{\Sigma F}{m}$$

ถ้า ΣF คงที่ $a \propto \frac{1}{m}$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2}$$

$$a_2 = \frac{m_1}{m_2} a_1 ; a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_2 = \frac{20}{10} \left(\frac{16-10}{5} \right)$$

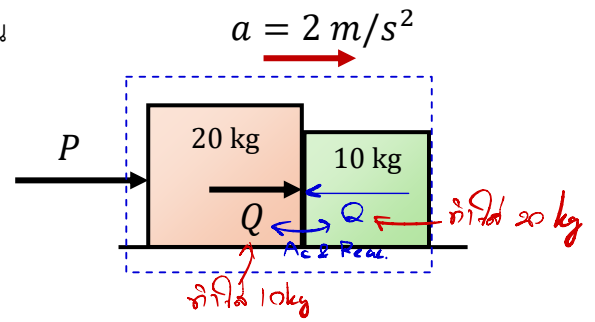
$$a_2 = \frac{2 \times 6}{5}$$

$$a_2 = 2.4 \text{ m/s}^2 \quad \#$$

หรือจะหา ΣF ก่อนก็ได้

29. จากรูป วัตถุ 20 กิโลกรัม และ 10 กิโลกรัมวางติดกันบน
พื้นที่ไม่มีแรงเสียดทาน ให้หาแรง P และ Q ในรูปภาพ

1. $P = 40 \text{ N}, Q = 20 \text{ N}$
2. $P = 60 \text{ N}, Q = 20 \text{ N}$
3. $P = 60 \text{ N}, Q = 40 \text{ N}$
4. $P = 60 \text{ N}, Q = 10 \text{ N}$



หา P

คิดทั้งระบบ

$$\Sigma F = ma$$

$$P = (20 + 10)(2)$$

$$P = 60 \text{ N}$$

หา Q

คิดแค่ 10 kg

$$\Sigma F = ma$$

$$Q = 10(2)$$

$$Q = 20 \text{ N}$$

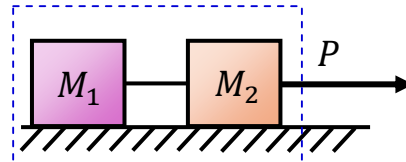
หรือคิดที่ 20 kg

$$60 - Q = 20(2)$$

$$Q = 20 \text{ N}$$

30. มวล M_1 ขนาด 10 กิโลกรัม และมวล M_2 ขนาด 30 กิโลกรัม ถูกผูกไว้ด้วยกันด้วยลวดตึงที่ไม่มี
มวลตึงรูป ถ้าแรง P ขนาดเท่ากับ 20 นิวตัน และไม่มีแรงเสียดทานที่ผิวสัมผัสระหว่างมวลกับพื้น จง
หาแรงตึงในลวด (PAT3 ต.ค. 2555)

1. 15 นิวตัน
2. 10 นิวตัน
3. 5 นิวตัน
4. 2 นิวตัน
5. ผิดทุกข้อ



หา a คิดทั้งระบบ

$$\Sigma F = ma$$

$$20 = (10 + 30)a$$

$$a = 0.5 \text{ m/s}^2$$

หา T คิดที่ M_1

$$T = M_1 a$$

$$T = 10(0.5) = 5 \text{ N}$$

31. ดึงเชือกที่ปลายข้างหนึ่งผูกติดกับมวล 1 กิโลกรัม ให้หาแรงดึงเชือก เมื่อมวลนี้เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง 5 เมตรต่อวินาที² (ใช้ $g = 10 \text{ m/s}^2$)

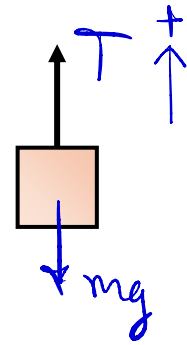
1. 5 นิวตัน
2. 10 นิวตัน
3. 15 นิวตัน
4. 20 นิวตัน

$$T - mg = ma$$

$$T = m(g + a)$$

$$T = 1(10 + 5)$$

$$T = 15 \text{ N}$$



32. คนถือเชือกเส้นหนึ่งซึ่งมีมวลน้อยมาก โดยกระป๋องมีมวล 1.5 kg หากต้องการหย่อนลงด้วยความเร่ง 2.3 m/s^2 แรง T ที่เชือกดึงมือมีค่าเท่าใด (PAT3 2562)

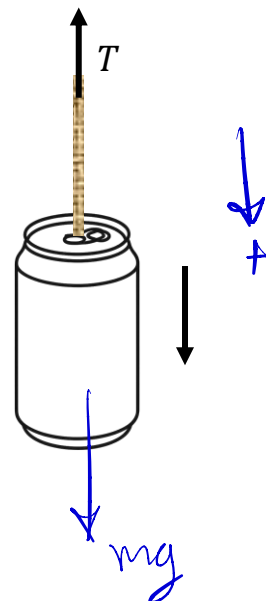
1. 3.45 N
2. 6.52 N
3. 11.55 N
4. 15.00 N
5. 18.45 N

$$mg - T = ma$$

$$T = m(g - a)$$

$$T = 1.5(10 - 2.3)$$

$$T = 11.55 \text{ N}$$



33. กรอบรูปมวล m ถูกแขวนไว้ด้วยเชือก 2 เส้น โดยเชือกแต่ละเส้นยาว L ละทำมุม θ กับกรอบรูปตั้งรูป ถ้ากรอบรูปนี้ถูกดึงให้เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง $\frac{g}{2}$ จงหาความตึงในเส้นเชือกแต่ละเส้น (ENT ต.ค. 2546)

1. $\frac{3mg}{4 \sin \theta}$

2. $\frac{3mg}{2 \sin \theta}$

3. $\frac{mg}{4 \sin \theta}$

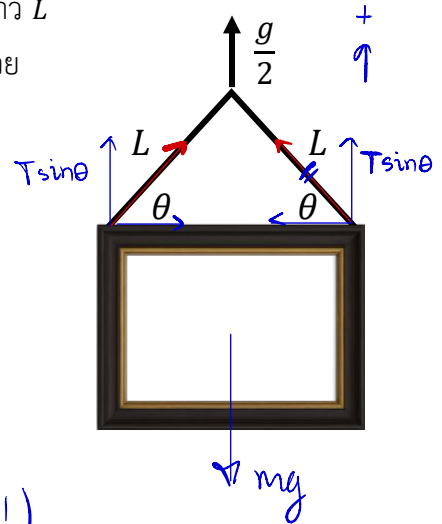
4. $\frac{mg}{2 \sin \theta}$

$$\Sigma F = ma$$

$$2T \sin \theta - mg = m \frac{g}{2}$$

$$2T \sin \theta = mg \left(\frac{1}{2} + 1 \right)$$

$$T = \frac{3mg}{4 \sin \theta}$$



34. จากรูปวัตถุมวล M ผูกติดกับวัตถุ 2 กก. ด้วยเชือกเส้นล่างขณะที่วัตถุทั้งสองถูกดึงขึ้นจากเส้นเชือกเส้นบนด้วยความเร่ง a เมตร/วินาที² ขนาดแรงตึงของเส้นเชือกเส้นล่าง (T) มีค่า 28 นิวตัน ถ้าในขณะนั้นขนาดแรงตึงของเชือกเส้นบน (P) มีค่า 98 นิวตัน M มีค่าเท่าใด (ENT 2535)

1. 4 kg

2. 5 kg

3. 6 kg

4. 10 kg

คิดทั้งระบบ

$$P - (M+m)g = (M+m)a$$

$$P = (M+m)(a+g) \quad \text{--- ①}$$

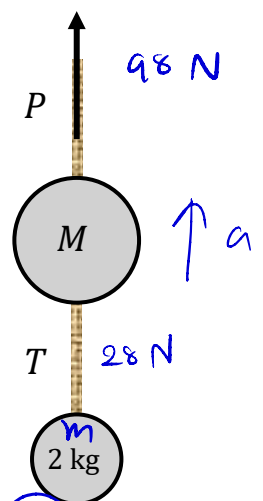
คิดมวล 2kg (m)

$$T - mg = ma$$

$$T = m(g+a) \quad \text{--- ②}$$

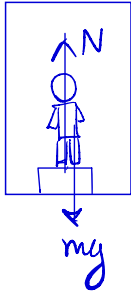
$$\frac{\text{①}}{\text{②}} : \frac{P}{T} = \frac{(M+m)}{m} \frac{g+a}{g+a}$$

$$\frac{98}{28} = \frac{M+2}{2} = \frac{M+1}{1} \rightarrow M = 5 \text{ kg}$$



เครื่องขึ้นจากแรง N

35. เด็กคนหนึ่งยืนอยู่บนเครื่องชั่งน้ำหนักที่วางบนพื้นลิฟต์ถ้าลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง 2.0 เมตรต่อวินาที กำลังสอง เข็มของเครื่องชั่งชี้ตัวเลข 472 นิวตัน ถ้าลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงตัว 2.0 เมตรต่อวินาที เข็มของเครื่องชั่งจะชี้ตัวเลขเท่าใด (หนังสือ สสวท.) $a=0$



ขึ้นเร่ง : $N_1 - mg = ma$

$$m = \frac{N_1}{a+g} = \frac{472}{2+9.8} = 40 \text{ kg}$$

ลง เร็วคงตัว

$$\Sigma F = ma$$

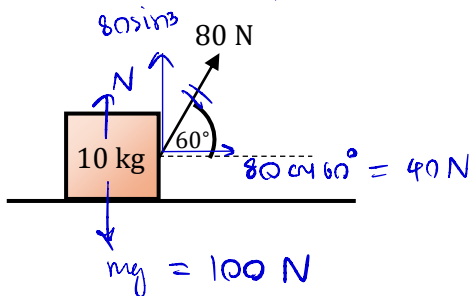
$$N_2 - mg = 0$$

$$N_2 = mg$$

$$N_2 = 40(9.8)$$

$$N_2 = 392 \text{ N}$$

36. จากรูป หากวัตถุไถลไปบนพื้นราบที่ไม่มีแรงเสียดทาน จงหาความเร่งของวัตถุ 61 m/s^2

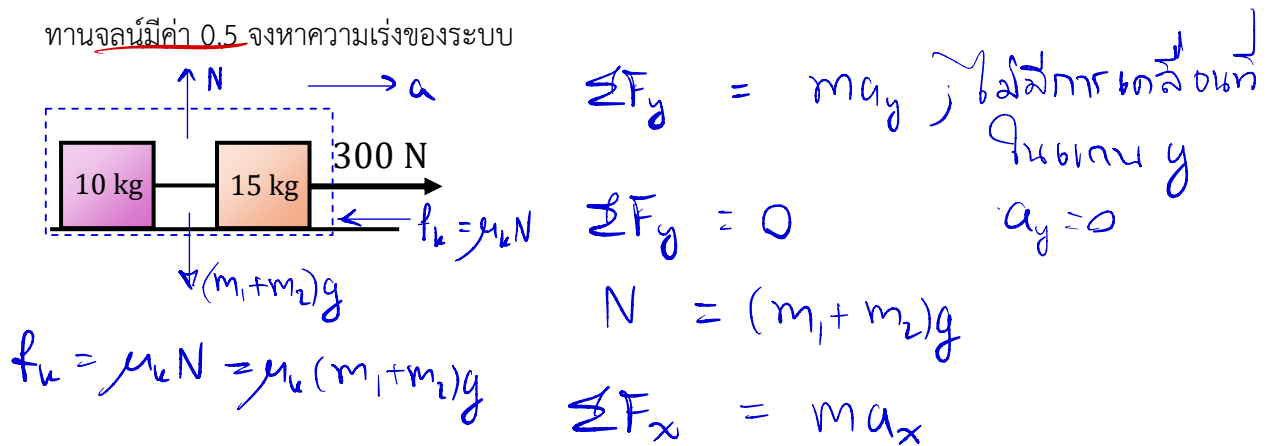


$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$40 = 5a_x$$

$$a_x = 8 \text{ m/s}^2$$

37. มวล 10 และ 15 กิโลกรัม วางบนพื้นผิวติดต่อกันด้วยเชือกเบา ออกแรง 300 นิวตัน ดังในแนวราบทำให้ระบบมีความเร่งคงที่ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตมีค่า 0.6 และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์มีค่า 0.5 จงหาความเร่งของระบบ



$$F - f_k = (m_1 + m_2) a_x$$

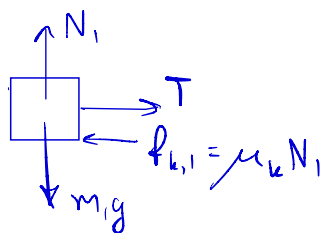
$$F - \mu_k (m_1 + m_2) g = (m_1 + m_2) a_x$$

$$a_x = \frac{F}{m_1 + m_2} - \mu_k g = \frac{300}{25} - 0.5(10)$$

38. จากข้อที่ผ่านมา จงหาแรงตึงในเส้นเชือก

$$a_x = 12 - 5 = 7 \text{ m/s}^2 \#$$

คิดที่ 10 kg



$$\Sigma F_y = 0$$

$$N_1 = m_1 g$$

$$\Sigma F_x = m a_x$$

$$T - \mu_k N_1 = m_1 a_x$$

$$T - \mu_k m_1 g = m_1 a_x$$

$$T = m_1 (a_x + \mu_k g)$$

$$= 10(7 + 0.5 \cdot 10)$$

$$T = 120 \text{ N} \#$$

39. กล่องหนัก 5 kg วางอยู่บนพื้นและมีแรงกระทำ 40 N โดยทำมุม 60° กับแนวระดับดังรูป หากกล่องใบนี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว จงประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างกล่องกับพื้น (PAT3 2563)

1. 0.24

2. 0.40

3. 0.59

4. 0.62

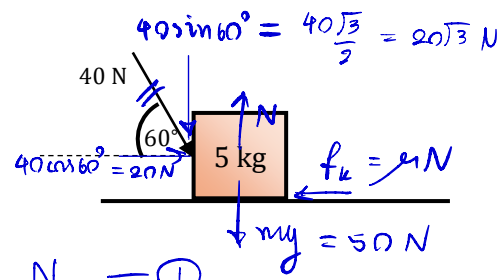
5. 0.72

$$a=0 \rightarrow \Sigma F=0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N = F_y + mg$$

$$N = 20\sqrt{3} + 50 \text{ N} \quad \text{--- ①}$$



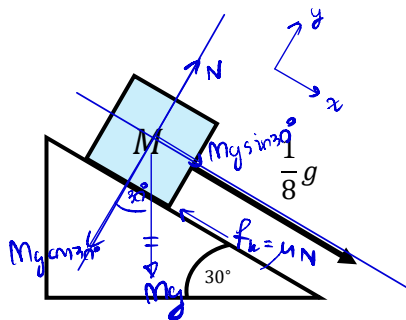
$$\Sigma F_x = 0$$

$$F_x = \mu N$$

$$20 = \mu(20\sqrt{3} + 50) ; \sqrt{3} \approx 1.7$$

$$2 \approx \mu(3.4 + 5) \rightarrow \mu \approx \frac{2}{8.4} \approx 0.24$$

40. มวล m วางบนพื้นเอียงซึ่งทำมุม 30° อดกับแนวระดับ ถ้าวัดได้ว่ามวลนั้นไถลงพื้นเอียงด้วยความเร่ง $\frac{1}{8}g$ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างมวลนั้นกับพื้นจะเป็นเท่าใด (หนังสือ สสวท.)



$$\Sigma F_y = 0$$

$$N = Mg \cos 30^\circ = Mg \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{--- ①}$$

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$Mg \sin 30^\circ - \mu N = M \frac{g}{8} \quad \text{--- ②}$$

$$\text{① \& ② : } \cancel{\frac{Mg}{2}} - \mu \cancel{Mg \frac{\sqrt{3}}{2}} = \cancel{\frac{Mg}{8}}$$

$$\mu \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\mu = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{8} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\mu \approx 0.43$$

41. แท่งโมมวล 1.0 กิโลกรัม และมะพร้าวมวล 1.0 กิโลกรัม อยู่ห่างกัน 1.0 เมตร แรงดึงดูดระหว่างแท่งโมและมะพร้าวมีค่าเท่าใด (หนังสือ สสวท.)

$$G \approx 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$$

$$F = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

$$F = \frac{(6.67 \times 10^{-11})(1.0)(1.0)}{(1.0)^2}$$

$$F = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N}$$

42. ปล่อยวัตถุหนึ่งให้ตกบริเวณที่มีสนามโน้มถ่วงคงตัวใกล้ผิวโลกพบว่าวัตถุตกถึงพื้นในเวลา 1.0 วินาที เมื่อวัตถุนี้ถูกปล่อยจากระดับความสูงเดียวกันใกล้ผิวดาวเคราะห์ A พบว่าวัตถุตกถึงพื้นในเวลา 5.0 วินาที ถ้ารัศมีดาวเคราะห์ A มีค่า 10 เท่าของรัศมีโลก มวลดาวเคราะห์ A จะเป็นกี่เท่าของมวลโลก กำหนดให้ การเคลื่อนที่ของวัตถุพิจารณาเฉพาะผลของแรงโน้มถ่วงเท่านั้น (A-Level 2566)

$$g \downarrow \begin{matrix} u=0 \\ \downarrow h \end{matrix} \quad \begin{matrix} \downarrow \text{โลก} \\ \downarrow A \end{matrix} \quad h = \frac{1}{2} g t^2 \quad - (1)$$

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2 \quad h = \frac{1}{2} g_A t_A^2 \quad - (2)$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \frac{(1)}{(2)} : 1 = \frac{g t^2}{g_A t_A^2} \Rightarrow \frac{g}{g_A} = \left(\frac{t_A}{t} \right)^2 = 5^2 \therefore \frac{g}{g_A} = 25$$

$$\text{ในโลกลง } M_E \text{ รัศมี } R_E \text{ จงได้ } g = \frac{G M_E}{R_E^2}$$

$$\text{บนดาว } g_A = \frac{G M_A}{R_A^2}$$

$$\text{จงได้ } \frac{g}{g_A} = \frac{M_E}{M_A} \left(\frac{R_A}{R_E} \right)^2 \quad ; \quad \frac{R_A}{R_E} = 10$$

$$25 = \frac{M_E}{M_A} \times 10^2$$

$$\frac{M_A}{M_E} = \frac{100}{25} = 4 \text{ เท่า}$$